## Министерство образования и науки Российской Федерации ФГАОУ ВО «МФТИ (ГУ)»

Образец билета экзамена по физике для переводников и восстанавливающихся на третий семестр

- 1. (4) На какую величину удлиняется однородный стержень, подвешенный за один конец, под действием собственного веса. Модуль Юнга материала стержня E, его длина L, площадь поперечного сечения S, масса M.
- 2. (4) На горизонтальной поверхности стола стоит цилиндрический сосуд, в который налита вода до уровня H. На какой высоте h надо сделать небольшое отверстие в боковой стенке сосуда, чтобы струя воды встречала поверхность стола на максимальном расстоянии от сосуда? Воду считать идеальной жидкостью.
- 3. (4) Однородный стержень длиной L подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. Определить угол, на который отклонится стержень при попадании в него кусочка пластилина массой m. Считать, что он летит горизонтально со скоростью v и прилипает к середине стержня на расстоянии L/2 от точки A. Масса стержня M=6m. Угол отклонения стержня меньше  $90^{\circ}$ .
- 4. (4) В закрытом сосуде объемом V находятся азот и гелий при температуре T и давлении P. Массы газов равны. Молярные массы гелия и азота равны, соответственно  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Какое количество теплоты надо сообщить смеси газов, чтобы нагреть ее на  $\Delta T$ ?
- 5. (4) Одноатомный идеальный газ находится под поршнем в адиабатически изолированном вертикально расположенном цилиндре. Наружное давление пренебрежимо мало. Температура газа  $T_0$ . Масса груза на поршне, определяющая давление газа, внезапно увеличилась вдвое. Насколько изменилась температура газа и возросла энтропия, приходящаяся на одну молекулу, после установления нового равновесного состояния?

## Решение задач

1) Разобьём стержень на тонкие диски, толщиной dx. Рассмотрим диск, расположенный на расстоянии x от закреплённого конца. На него действует сила  $F = \frac{M}{L}(L-x)g$ , обусловленная весом части стержня, расположенной снизу от диска.

Используя закон Гука, найдём изменение толщины диска  $dL_x$ :  $F/S = E \frac{dL_x}{dx}$ .

Выполнив суммирование по всем дискам, получим величину удлинения стержня:

$$\Delta L = \sum dL_x = \int_0^L \frac{F dx}{S \cdot E} = \frac{Mg}{LSE} \int_0^L (L - x) dx = \frac{MgL}{2SE}.$$

2) По формуле Торричелли скорость истечения струи  $v = \sqrt{2g(H-h)}$ .

Время полёта струи до стола  $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

За это время вода окажется на расстоянии  $L = L(h) = v \cdot t = 2\sqrt{h(H-h)}$ . (1)

Значение L максимально для  $h=h_0$ , для которого  $L_h'(h_0)=0.$ 

Дифференцируя (1) по h, получим  $\frac{1}{\sqrt{h(H-h)}}(H-2h)=0$ . Таким образом,  $h_0=H/2$ .

3) Из закона сохранения момента импульса  $I\omega=mv\frac{L}{2}$ . Здесь  $I=\frac{ML^2}{3}+m\left(\frac{L}{2}\right)^2=\frac{9}{4}mL^2$ . Следовательно,  $\omega=\frac{2}{9}v/L$ .

Из закона сохранения энергии  $I\frac{\omega^2}{2}=(M+m)g\frac{L}{2}(1-cos\phi)$ 

$$\Rightarrow \frac{9}{4}mL^2\left(\frac{2}{9}v/L\right)^2 = 7mgL(1 - cos\varphi_{max})$$

Ответ:  $\cos \varphi_{max} = 1 - \frac{v^2}{63aL}$ .

4) Для гелия  $C_{1V} = \frac{3}{2}R$ . Для азота  $C_{2V} = \frac{5}{2}R$ .

$$Q = \frac{m}{\mu_1} C_{1V} \Delta T + \frac{m}{\mu_2} C_{2V} \Delta T$$

$$PV = \left(\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2}\right) RT$$

Из данных соотношений получаем  $Q=rac{3\mu_2+5\mu_1}{\mu_2+\mu_1}rac{PV}{2T}\Delta T$  .

5) Из закона сохранения энергии  $\nu C_V(T-T_0)=2mg(x_0-x)$ . Здесь x это расстояние от дна до поршня. Из уравнения состояния идеального газа  $P_0\cdot (x_0S)=\nu RT_0$  и  $P\cdot (xS)=\nu RT$ .

Здесь  $P_{
m o}S=mg$  и  $\mathit{PS}$  = 2mg, т.к. масса груза полностью определяет давление газа.

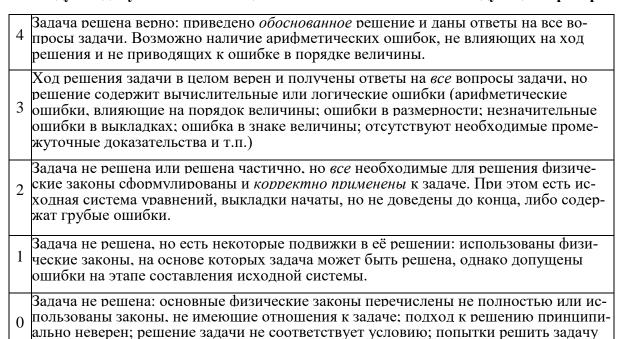
Следовательно,  $mgx_{\rm o}=vRT_{\rm o}$  и 2mgx=vRT. Подставляя эти соотношения в исходное

равенство, получим 
$$\nu \frac{3}{2}R(T-T_{\rm o})=2\nu RT_{\rm o}-\nu RT.$$
  $\Rightarrow$   $T=\frac{7}{5}T_{\rm o}.$ 

Изменение энтропии идеального газа  $\Delta S = \nu C_P \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - \nu R \ln \left( \frac{P}{P_0} \right)$ 

$$\Rightarrow \frac{\Delta S}{N} = \frac{5}{2} k \ln \frac{7}{5} - k \ln 2$$
. Здесь  $N = \nu N_A$  – число молекул газа,  $C_P = \frac{5}{2} R = \frac{5}{2} k N_A$ .

## За каждую задачу выставляется целое число баллов согласно следующим критериям:



**Оценка за письменную работу** равна половине суммы баллов по всем задачам, округленной в сторону ближайшего целого числа. Для итоговой оценки используются следующие критерии:

```
«отлично» (8, 9, 10)
«хорошо» (5, 6, 7)
«удовлетворительно» (3, 4)
«неудовлетворительно» (0, 1, 2)
```

не было.